

1.3 Ein Modell für mathematische Kompetenzen bzw. Standards (nach IDM 2007)

Einige Begriffsklärungen

Im Konzept der Standards M8 wird dargelegt, wie die Begriffe „Kompetenz“, „mathematische Kompetenz“ und „mathematische Standards“ verwendet werden (siehe IDM 2007, S. 9f):

Unter *Kompetenzen* werden längerfristig verfügbare kognitive Fähigkeiten verstanden, die von Lernenden entwickelt werden können und sie befähigen, bestimmte Tätigkeiten in variablen Situationen auszuüben, sowie die Bereitschaft, diese Fähigkeiten und Fertigkeiten einzusetzen.

Mathematische Kompetenzen beziehen sich auf mathematische Tätigkeiten, auf mathematische Inhalte sowie auf die Art und Komplexität der erforderlichen Vernetzungen.

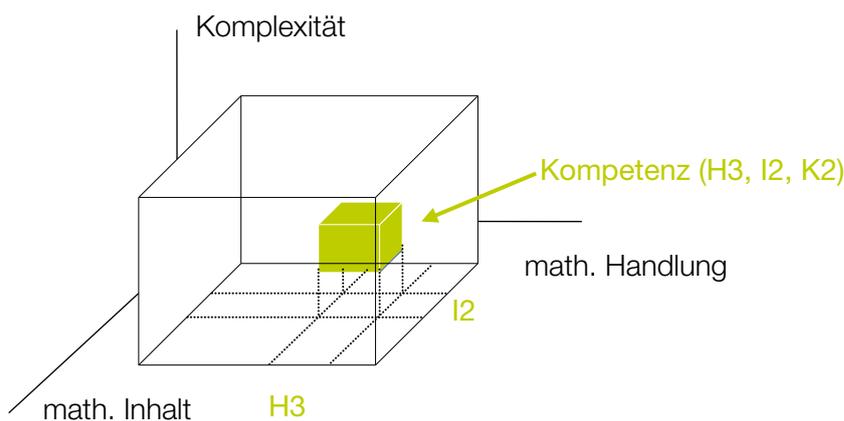
Mathematische Standards meinen jene Teilmenge messbarer mathematischer Kompetenzen, über die Schülerinnen und Schüler einer bestimmten Schulstufe verfügen sollten.

Das Kompetenzmodell

Mathematische Kompetenzen haben nach obiger Definition eine *Handlungsdimension* (auf welche Art von Tätigkeit sie sich beziehen, also was getan wird), eine *Inhaltsdimension* (auf welche Inhalte sie sich beziehen, also womit etwas getan wird) und eine *Komplexitätsdimension* (bezogen auf die Art und den Grad der Vernetzungen).

Für jede Dimension mathematischer Kompetenzen sind unterschiedliche Ausprägungen vorstellbar: Unterschiedliche mathematische Handlungen, unterschiedliche mathematische Inhalte sowie unterschiedliche Arten und Grade der Komplexität.

Im hier verwendeten Modell mathematischer Kompetenzen werden „verwandte“ Handlungen zu *Handlungsbereichen* (H1, H2, ...), „verwandte“ Inhalte zu *Inhaltsbereichen* (I1, I2, ...) und „verwandte“ Arten bzw. Grade von Vernetzungen zu *Komplexitätsbereichen* (K1, K2, ...) zusammengefasst:



Ein Modell mathematischer Kompetenzen

Eine spezifische *mathematische Kompetenz* in dem hier verwendeten Sinne wird also durch einen bestimmten Handlungsbereich, einen bestimmten Inhaltsbereich und durch einen bestimmten Komplexitätsbereich, also durch ein *Tripel* (z. B. (H3, I2, K2)), charakterisiert und festgelegt. Eine spezifische Kompetenz etwa ist die Fähigkeit zur Interpretation (Handlungsbereich) von mathematischen Darstellungen funktionaler Sachverhalte (Inhaltsbereich), wobei mehrere Fakten/Zusammenhänge/ Darstellungen/ Handlungen miteinander in Verbindung gebracht werden müssen (Komplexitätsbereich).

Festlegung der Standards M8 im Kompetenzmodell

Die mathematischen Standards für die 8. Schulstufe beschreiben jene mathematischen Kompetenzen, die Schülerinnen und Schüler bis zum Ende der 8. Schulstufe entwickelt haben sollten.

Die Auswahl, Konkretisierung und Festlegung dieser mathematischen Standards orientieren sich am eingangs dargelegten bildungstheoretischen Rahmen (unter Beachtnahme auf den zur Zeit gültigen Lehrplan), ihre Beschreibung erfolgt entlang der Dimensionen des zuvor beschriebenen Modells mathematischer Kompetenzen.

Für die mathematischen Standards am Ende der 8. Schulstufe wurden die folgenden vier zentralen mathematischen Tätigkeiten bzw. Tätigkeitsbereiche identifiziert und als gleich bedeutsame **Handlungsbereiche** festgehalten:

- | | | |
|-----------|--------------------------|--|
| H1 | Darstellen, Modellbilden | Darstellen meint die Übertragung gegebener mathematischer Sachverhalte in eine (andere) mathematische Repräsentation bzw. Repräsentationsform.
Modellbilden erfordert über das Darstellen hinaus, in einem gegebenen Sachverhalt die relevanten mathematischen Beziehungen zu erkennen (um diese dann in mathematischer Form darzustellen), allenfalls Annahmen zu treffen, Vereinfachungen bzw. Idealisierungen vorzunehmen u. Ä. |
| H2 | Rechnen, Operieren | Rechnen im engeren Sinn meint die Durchführung elementarer Rechenoperationen mit konkreten Zahlen, Rechnen in einem weiteren Sinn meint die regelhafte Umformung symbolisch dargestellter mathematischer Sachverhalte.
Operieren meint allgemeiner und umfassender die Planung sowie die korrekte, sinnvolle und effiziente Durchführung von Rechen- oder Konstruktionsabläufen und schließt z. B. geometrisches Konstruieren oder auch das Arbeiten mit bzw. in Tabellen und Grafiken mit ein. |
| H3 | Interpretieren | Interpretieren meint, aus mathematischen Darstellungen Fakten, Zusammenhänge oder Sachverhalte zu erkennen und darzulegen sowie mathematische Sachverhalte und Beziehungen im jeweiligen Kontext zu deuten. |
| H4 | Argumentieren, Begründen | Argumentieren meint die Angabe von mathematischen Aspekten, die für oder gegen eine bestimmte Sichtweise/Entscheidung sprechen. Argumentieren erfordert eine korrekte und adäquate Verwendung mathematischer Eigenschaften/Beziehungen, mathematischer Regeln sowie der mathematischen Fachsprache.
Begründen meint die Angabe einer Argumentation(skette), die zu bestimmten Schlussfolgerungen/Entscheidungen führt. |

Die Inhalte wurden unter Beachtnahme auf den derzeit gültigen Lehrplan ausgewählt und nach innermathematischen Gesichtspunkten zu folgenden vier **Inhaltsbereichen** zusammengefasst:

- | | | |
|-----------|-----------------|---|
| I1 | Zahlen und Maße | Verschiedene Zahlen und Maße (insbesondere auch in lebenspraktischen Anwendungen); konkret: <ul style="list-style-type: none"> ■ natürliche, ganze, rationale und irrationale Zahlen ■ Bruch- und Dezimaldarstellung rationaler Zahlen; Potenzschreibweise (mit ganzzahligen Exponenten), Wurzeln ■ Rechenoperationen, Rechengesetze und -regeln ■ Anteile, Prozente, Zinsen ■ Maßeinheiten (für Längen, Flächeninhalte, Volumina, Massen, Zeiten und zusammengesetzte Größen) |
|-----------|-----------------|---|

- | | | |
|-----------|---|--|
| I2 | Variable, funktionale Abhängigkeiten | <p>Variable, Terme und (Un-)Gleichungen; verschiedene Darstellungen funktionaler Zusammenhänge; konkret:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Variable und Terme ■ einfache Gleichungen (Formeln) und Ungleichungen ■ lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen ■ verbale, tabellarische, grafische und symbolische Darstellung funktionaler Zusammenhänge; lineare Funktionen; direkte und indirekte Proportionalität |
| I3 | Geometrische Figuren und Körper | <p>Grundlegende geometrische Begriffe; einfache geometrische Figuren und Körper, deren Eigenschaften und Darstellung (Zeichnung, Konstruktion); konkret:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Punkt, Gerade, Ebene; Strecke, Winkel; Parallele, Normale ■ Symmetrie, Ähnlichkeit ■ Dreiecke, Vierecke, Kreis ■ Würfel, Quader, Prismen, Pyramiden, Zylinder, Kegel, Kugel ■ Satz von Pythagoras ■ Umfangs-, Flächen-, Oberflächen- und Volumsformeln |
| I4 | Statistische Darstellungen und Kenngrößen | <ul style="list-style-type: none"> ■ tabellarische Darstellung statistischer Daten ■ Stabdiagramm, Kreisdiagramm, Streifendiagramm, Piktogramm, Liniendiagramm; Streudiagramm ■ absolute und relative Häufigkeiten ■ arithmetisches Mittel, Median, Quartile ■ Spannweite, Quartilsabstand |

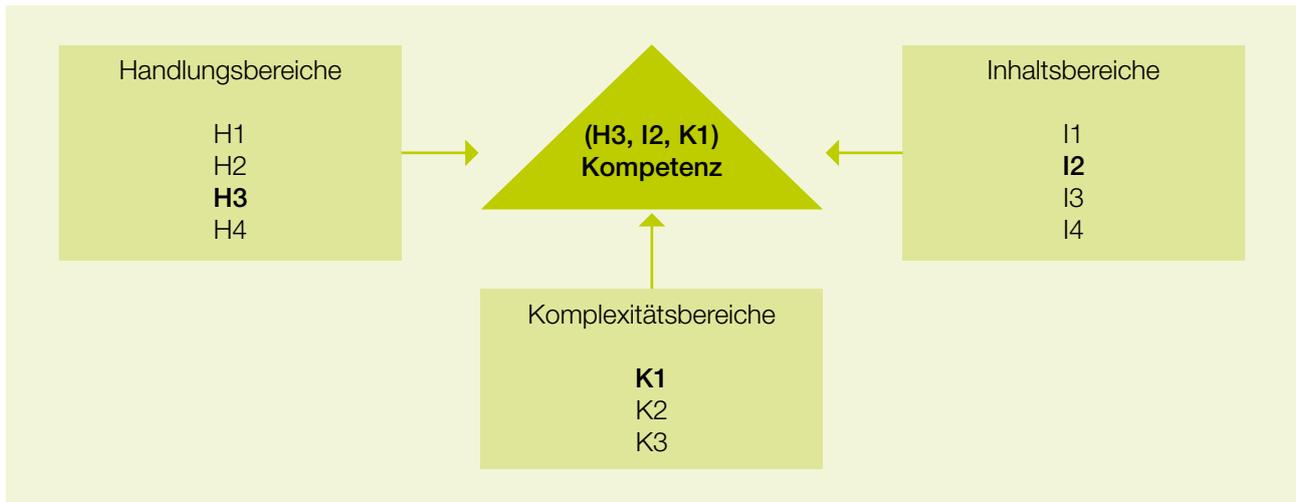
Mathematische Anforderungen bzw. die zu ihrer Bewältigung erforderlichen Kompetenzen können sich nicht nur hinsichtlich der erforderlichen Handlung und hinsichtlich des mathematischen Inhalts, sondern sehr wesentlich auch hinsichtlich der zu bewältigenden Komplexität unterscheiden. Die Komplexitätsdimension der mathematischen Standards versucht diesen unterschiedlichen Anforderungen durch drei **Komplexitätsbereiche** modellhaft Rechnung zu tragen:

- | | | |
|-----------|--|---|
| K1 | Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten | <p>Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten meint die Wiedergabe oder direkte Anwendung von grundlegenden mathematischen Begriffen, Sätzen, Verfahren und Darstellungen. In der Regel ist nur reproduktives mathematisches Wissen und Können oder die aus dem Kontext unmittelbar erkennbare direkte Anwendung von mathematischen Kenntnissen bzw. Fertigkeiten geringer Komplexität erforderlich.</p> |
| K2 | Herstellen von Verbindungen | <p>Das Herstellen von Verbindungen ist erforderlich, wenn der mathematische Sachverhalt und die Problemlösung komplexer sind, sodass mehrere Begriffe, Sätze, Verfahren, Darstellungen bzw. Darstellungsformen (aus verschiedenen mathematischen Gebieten) oder auch verschiedene mathematische Tätigkeiten in geeigneter Weise miteinander verbunden werden müssen.</p> |
| K3 | Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren | <p>Reflektieren meint das Nachdenken über Zusammenhänge, die aus dem dargelegten mathematischen Sachverhalt nicht unmittelbar ablesbar sind. Reflektieren umfasst das Nachdenken über eine mathematische Vorgehensweise (Lösungsweg/Lösung, Alternativen), über Vor- und Nachteile von Darstellungen/Darstellungsformen bzw. über mathematische Modelle (Modellannahmen, Idealisierungen, Aussagekraft, Grenzen des Modells, Modellalternativen) im jeweiligen Kontext sowie das Nachdenken über (vorgegebene) Interpretationen, Argumentationen oder Begründungen.</p> |

Reflexionswissen ist ein anhand entsprechender Nachdenkprozesse entwickeltes Wissen über Mathematik.

Reflexion(swissen) kann in vielfältiger Weise sichtbar werden: durch Dokumentation von Lösungswegen, durch entsprechende Entscheidungen, oft aber auch durch entsprechende Argumentationen und Begründungen.

*Die Komplexität einer Aufgabe beeinflusst die objektive Anforderung, sie ist jedoch kein geeignetes Maß für die subjektive oder psychometrische Schwierigkeit!
Noch einmal: Kompetenzen und Standards M8*



Jeder der vier Handlungsbereiche ergibt verknüpft mit einem der vier Inhaltsbereiche und verknüpft mit einem der drei Komplexitätsbereiche eine Kompetenz – insgesamt erhält man somit 48 Kompetenzen. Durch diese 48 Kompetenzen sind die Standards für die mathematischen Fähigkeiten der österreichischen Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe festgelegt.

In der Verordnung (BGBl 2009) werden diese 48 Kompetenzen durch sogenannte „Deskriptoren“ charakterisiert, also verbal beschrieben. Für die in obiger Grafik dargestellte Kompetenz etwa heißt es:

„Die Schülerinnen und Schüler können algebraisch, tabellarisch oder grafisch dargestellte Sachverhalte und (funktionale) Zusammenhänge beschreiben und im jeweiligen Kontext deuten.“

(BGBl 2007, Anlage S. 14)

Eine didaktische Analyse und Konkretisierungen (auch in Form von Aufgabenbeispielen) dieser Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe erscheinen als Band 10 der Schriftenreihe „Klagenfurter Beiträge zur Didaktik der Mathematik“ (Kröpfl&Schneider 2010).

Quellen

BGBl. (2009): Bildungsstandards im Schulwesen. Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich, Jahrgang 2009, 1. Verordnung, ausgegeben am 2. Jänner 2009.

Heymann, H. W. (1996): Allgemeinbildung und Mathematik. Beltz: Weinheim und Basel 1996.

IDM (2007): Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe.

http://www.uni-klu.ac.at/idm/downloads/Standardkonzept_Version_4-07.pdf

Kröpfl, B. & Schneider, E. (Hrsg.) (2010): Mathematische Standards. Didaktische Analysen und Konkretisierungen der österreichischen Standards M8. Erscheint in der Schriftenreihe „Klagenfurter Beiträge zur Didaktik der Mathematik“, Band 10. Profil: München-Wien.